

# 基于多项相位变换的线性 FMCW 雷达目标 加速度和速度估计方法

张容权, 杨建宇, 熊金涛

(电子科技大学电子工程学院, 四川成都 610054)

摘 要: 在线性调频连续波(LFMCW)雷达中, 加速度运动目标回波存在多普勒频谱畸变现象, 造成目标检测性能和参数估计精度损失. 本文提出的方法首先将多普勒信号作多项相位变换, 并在变换后的信号频谱中估计出目标的加速度, 然后对多普勒信号进行加速度补偿, 最后在补偿后的多普勒信号频谱中估计出目标速度. 仿真分析表明这种方法能够以较小的运算量, 达到改善加速度运动目标的检测性能和速度估计精度的目的.

关键词: LFMCW 雷达; 多项相位变换; 加速度补偿; 速度估计; 加速度估计

中图分类号: TN959. 1 文献标识码: A 文章编号: 03722112 (2005) 03045204

## Method for Acceleration and Velocity Estimation of Linear FMCW Radar's Target Based on Polynomial Phase Transform

ZHANG Rongquan, YANG Jianyu, XIONG Jintao

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: In the Linear FMCW radar, the echo signal of moving target with acceleration has Doppler aberration which will degrade the detection performance and parameter estimation of target. Based on the Polynomial Phase Transform method, the paper first estimates the target's acceleration from the Doppler signal with the polynomial phase transformed, then compensates the Doppler signal with the estimated acceleration, finally, estimates the target's velocity from the compensated Doppler signal. The simulation indicates that the method can improve the detection performance and velocity estimation precision of the accelerated targets.

Key words: Linear FMCW radar; Polynomial Phase Transform; Acceleration aberration; Velocity estimation; Acceleration estimation

### 1 引言

线性 FMCW 雷达通过对同一距离单元上的运动目标多个扫频周期的距离频谱进行 MTI 处理, 得到目标的多普勒谱, 可进行目标检测和速度参数估计<sup>[1]</sup>. 当目标具有加速度时, 加速度因子将对目标多普勒信号进行调制, 从而造成目标多普勒谱发生畸变, 导致目标检测性能和速度估计精度损失. 在汽车防撞等应用中, 目标加速度是必须进行估计的一个重要参数, 可采用最大似然方法<sup>[2]</sup>、时频分析方法<sup>[3, 4]</sup>估计目标加速度和速度. 这些方法所需要的运算量都过大, 不利于实时处理. 本文采用多项相位变换方法, 首先从回波多普勒信号中估计出目标的加速度, 并对该序列进行加速度补偿, 然后在补偿后的多普勒信号频谱中估计出目标的速度. 这种方法运算量小, 能有效改善运动目标的检测性能和速度参数估计精度, 且能有效估计出目标的加速度.

### 2 多普勒信号分析

如图 1 所示, LFMCW 雷达发射信号在扫频段  $T_r = [-S_m, T]$  内可表示为

$$S_T(t) = A_0 \cos\{2\pi[f_0 t + Lt^2/2] + \phi_0\}, t \in T_r \quad (1)$$

其中,  $A_0$  为发射信号的振幅,  $f_0$  为发射信号的初始频率,  $S_m$  为

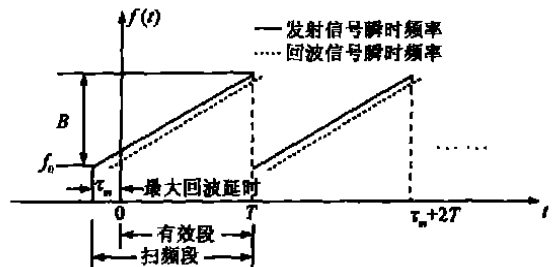


图 1 LFMCW 雷达发射信号与点目标回波瞬时频率关系

T 为目标的最大延时, T 为发射信号有效时宽、B 为有效带宽、L= B/ T 为扫频斜率、 $\phi_0$  为随机初相位。

设  $R_0$  为运动点目标的初始距离、 $v_0$  为初始速度、a 为加速度、c 为光速。则目标瞬时距离和回波延时分别为  $R(t) = R_0 + v_0 t + 0.5 a t^2$ ,  $S(t) = 2R(t)/c$ 。目标回波在接收机中与发射信号进行正交双通道基带混频, 可以得到 M 个周期的差拍信号可表示为:

$$S_R(t, m) = \frac{1}{2} k_r A_0^2 \exp\{j2P\langle(t, m)\rangle + n(t, m)\}, \quad t \in T_e, m = 1, \dots, M \quad (2)$$

其中,  $T_e = [0, T]$  为扫频信号有效段、 $k_r$  是目标反射系数和传播衰减产生的实常数因子;  $n(t, m) = n(t + mT)$  是均值为零、方差为  $R^2$  的平稳高斯白噪声。差拍信号的信噪比  $SNR = k_r^2 A_0^4 / (4R^2)$ 。

根据 A Wojtkiewicz 的研究<sup>[5]</sup>,  $\langle(t, m)\rangle$  可以近似为:

$$\langle(t, m)\rangle = U_0 + f_R t + f_a m + f_a m^2 \quad (3)$$

其中,  $U_0$  为与  $v$  和  $a$  有关的常数、 $f_R = 2LR_0/c$ 、 $f_v = f_d T$ 、 $f_a = 2v/K$  为目标的多普勒频率、 $f_a = aT^2/K$ 。

通过 FFT 处理, 各周期差拍信号 N 点离散频谱可表示为:

$$S_R(n, m) U_{A_T} \exp\{j2P(f_{v_m} + f_a m^2 + U_0)\} S_a(n - n_R) + N(n, m) \quad (4)$$

其中,  $A_T = k_r A_0^2 N / 2$ 、 $n_R = f_R N$ 、 $N(n, m)$  为  $n(t, m)$  的离散频谱。则目标差拍信号频谱幅度峰值处对应的频谱实部和虚部均受到  $f_v$  和  $f_a$  的调制, 形成目标回波多普勒信号, 可表示如下:

$$S_R(m) = S_R(n_R, m) = A_T \exp\{j2P(f_{v_m} + f_a m^2 + U_0)\} + N(n_R, m) = S(m) + N(n_R, m) \quad (5)$$

其中  $S(m) = A_T \exp\{j2P(f_{v_m} + f_a m^2 + U_0)\}$ 。

由于  $S(m)$  的目标回波 M 点离散多普勒频谱, 其幅度  $|U(k)|$  为:

$$|U(k)| \propto \begin{cases} A_T M \sqrt{D}, & |k - k_0| \leq D/2 \\ 0, & |k - k_0| > D/2 \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $D = 1 + 2(MT)^2 a / K$ ,  $k_0 = f_v + D/2$ 。

式(6)表明, 由于目标加速度的影响, 当  $D \gg 1$  时, 多普勒频谱在有效频带 D 内近似为矩形, 其峰值功率下降 D 倍, 从而使目标检测性能显著降低。为消除加速度的影响, 下面将采用多项相位变换方法首先估计出目标的加速度; 然后抵消掉式(5)中  $S(m)$  中的二次项  $f_a m^2$ , 将  $S(m)$  变成关于  $m$  的一次项, 实现加速度的补偿; 最后对补偿后的多普勒信号进行 FFT 处理, 实现加速运动目标多周期回波能量的有效积累, 提高目标速度精确估计和检测性能目的。

### 3 加速度和速度估计

#### 3.1 多项相位变换<sup>[4]</sup>

设离散复信号具有如下形式:

$$s(n) = \exp\left\{j \sum_{l=0}^L a_l n^l\right\}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (7)$$

相位系数  $a_l$  可以用多项相位变换方法求出。

设多项相位变换运算为:

$$P_1[s(n), S] = s(n), \quad P_2[s(n), S] = s(n) s^*(n - S), \quad P_L[s(n), S] = P_2[P_{L-1}[s(n), S], S] \quad (8)$$

其中 L 是运算阶数, S 为固定延迟。

多项相位变换方法计算系数  $a_l$  ( $0 \leq l \leq L$ ) 步骤如下:

(1) 计算  $a_L$

将  $s(n)$  作 L 阶多项相位变换运算, 得:

$$P_L[s(n), S] = \exp\{jX_L n + U_L\}, \quad (L-1)S \leq n \leq N-1 \quad (9)$$

通过对其作 FFT 运算, 由频谱峰值对应  $X_L$  的值, 估计出  $a_L = X_L / (L! S^{L-1})$ 。

(2) 计算  $a_{l-1}$  ( $0 \leq l \leq L-1$ )

对  $s(n) \exp(-j \sum_{p=l+1}^L a_p n^p)$  作阶多项相位变换运算, 得:

$$P_l[s(n) \exp(-j \sum_{p=l+1}^L a_p n^p), S] = \exp\{jX_l n + U_l\}, \quad (l-1)S \leq n \leq N-1 \quad (10)$$

通过对其作 FFT, 由频谱峰值对应的  $X_l$  估计出  $a_l = X_l / (l! S^{l-1})$ 。

#### 3.1.2 加速度估计

由于式(5)中  $S(m)$  是关于的二阶项, 对  $f_a$  的估计可以通过式(9)进行二阶多项相位变换运算, 得

$$S_a(m) = P_2[S_R(m), m_0] = S_R(m) S_R^*(m - m_0) = A_T^2 \exp\{j2P(2m_0 f_a m + U_a)\} + N_a(m), \quad m = m_0 + 1, \dots, M \quad (11)$$

其中,  $U_a$  为与  $f_a$  和  $f_v$  有关的固定相位。则  $S_a(m)$  的  $M - m_0$  离散频谱为

$$U_a(k) = (M - m_0) A_T^2 S_a(k - 2m_0 f_a) e^{j2P U_a} + V_a(k) \quad (12)$$

其中  $V_a(k)$  为  $N_a(m)$   $M - m_0$  点离散频谱。

由  $|U_a(k)|$  峰值对应频率  $k = 2m_0 f_a$ , 得到  $f_a$  的估计值

$$f_a: \quad \hat{f}_a = \frac{1}{2m_0} \arg \max_k \left| \sum_{m=0}^{M-m_0} U_a(m) e^{-j2P f_a m} \right| \quad (13)$$

则加速度 a 的估计值  $\hat{a} = \hat{f}_a K / T^2$ 。一般取  $m_0 = M/2$ , 可以使估计值  $\hat{f}_a$  的方差最小<sup>[2]</sup>。

可以证明  $E\{|V_a(k)|^2\} = (2NR^2 A_T^2 + N^2 R^4) M$  (详细推导见附录), 因此加速度 a 估计值的信噪比等于  $U_a(k)$  在  $k = 2m_0 f_a$  处的信噪比设为  $d_{\max}$ :

$$d_{\max} U \frac{1}{2} \# \frac{M^2 A_T^4}{4E\{|V_a(2m_0 f_a)|^2\}} = \frac{1}{2} \# \frac{M A_T^4}{8NR^2 A_T^2 + 4N^2 R^4} = \frac{1}{2} \# \frac{MN^4 SNR^2}{8N^2 SNR + 4N^2} U \frac{1}{2} M \cdot N \cdot SNR / 8 \quad (14)$$

其中  $1/2$  因子是由于在频域固有的采样间隔造成的大约 3dB 的损失。

#### 3.1.3 加速度补偿及速度估计

将式(5)中的  $S_R(m)$  乘以  $\exp(-j2P f_a m^2)$ , 则可对式(5)进行加速度补偿, 得

$$S_v(m) U_{A_T} \exp\{j2P(f_{v_m} + U_0)\} + N_v(m) \quad (15)$$

其中  $N_v(m) = N(m) \exp(-j2P f_a m^2)$ 。

通过对  $S_v(m)$  作  $M$  点 FFT, 得到离散频谱

$$U_v(k) = MA_T Sa(k - f_v) e^{j2\pi U_v} + V_v(k) \quad (16)$$

其中  $V_v(k)$  为  $N_v(m)$  的  $M$  点离散频谱.

由  $|U_v(k)|$  峰值对应频率  $k = f_v$ , 得到  $f_v$  的估计值  $\hat{f}_v$ :

$$\hat{f}_v = \arg \max_f \left| \sum_{m=0}^{M-1} S_v(m) e^{j2\pi f m} \right| \quad (17)$$

则目标径向速度的估计值  $\hat{v} = k\lambda / (2T)$ .

由于  $E\{|V_v(k)|^2\} = NMR^2$ , 则速度  $v$  估计值的信噪比  $U_v(k)$  为在  $k = f_v$  处的信噪比设为  $d_{vmax}$ :

$$d_{vmax} U \frac{1}{2} \frac{M^2 A_T^2}{E\{|V_v(f_v)|^2\}} = \frac{1}{2} \frac{MA_T^2}{NR^2} = \frac{1}{2} N\#M\#SNR \quad (18)$$

其中  $1/2$  因子是由于在频域固有的采样间隔造成的大约 3dB 的损失.

式(6)是直接对式(5)做 FFT 得到的目标多普勒谱, 在其有效频带带宽  $D$  内频谱功率近似为  $M^2 A_T^2 / D$ , 故在频带  $D$  内的信噪比设为  $d$ :

$$d = \frac{M^2 A_T^2}{D \# E\{|V_v(k)|^2\}} = \frac{M^2 A_T^2}{D \# N\#M\#NR^2} = \frac{MA_T^2}{[1 + 2(MT)^2 a / K] NR^2} = \frac{M \cdot N \cdot SNR}{1 + 2(MT)^2 a / K} \quad (19)$$

由式(18)和(19)可得, 做了多项相位变换处理的速度估计的信噪比改善因子为  $Q$

$$Q = 10 \log \left( \frac{d_{vmax}}{d} \right) = 10 \log \left[ \frac{1 + 2(MT)^2 \frac{a}{K}}{2} \right] \text{ dB} \quad (20)$$

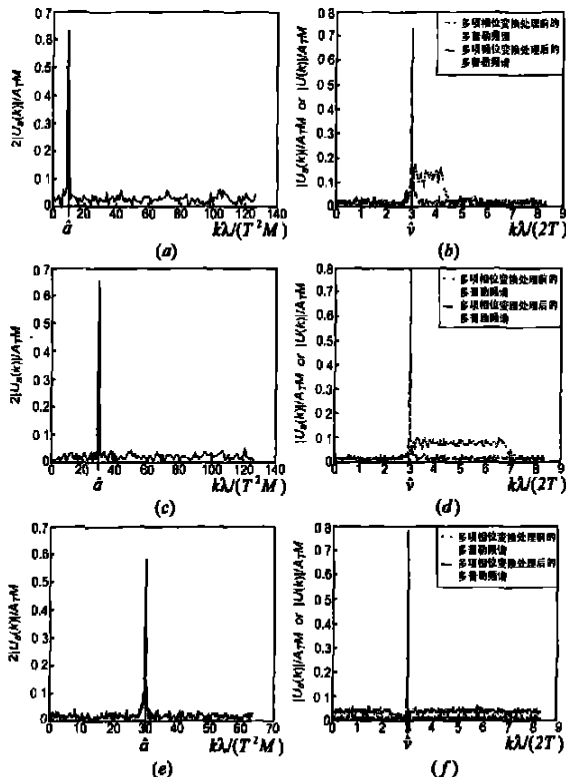


图2 多项相位变换处理前后多普勒频谱和加速度频谱曲线  
(a)、(b)  $\hat{a}=10.015\text{m/s}^2, \hat{v}=2.953\text{m/s}, (a=10\text{m/s}^2, v=3\text{m/s}, M=256)$   
(c)、(d)  $\hat{a}=9.978\text{m/s}^2, \hat{v}=3.056\text{m/s}, (a=30\text{m/s}^2, v=3\text{m/s}, M=256)$   
(e)、(f)  $\hat{a}=30.156\text{m/s}^2, \hat{v}=3.042\text{m/s}, (a=30\text{m/s}^2, v=3\text{m/s}, M=512)$

则频谱分辨改善倍数为  $1 + (MT)^2 \frac{a}{K}$ .

### 3.1.4 运算量分析

从上分析可知, 对加速度估计的运算主要是信号  $S_R(m)$  与  $S_R^*(m - m_0)$  的  $M - m_0$  次乘法, 然后  $M - m_0$  点复数 FFT 运算并求模, 以及  $M - m_0$  点一维搜索运算; 对速度的估计  $M$  为点复数乘法, 然后是  $M$  点复数 FFT 运算并求模, 以及  $M$  点一维搜索运算. 显然采用多项相位变换方法的运算量相对于最大似然方法、时频分析方法的运算量大大降低.

## 4 仿真分析

取雷达参数调频周期  $T = 512L_s$ , 载频  $f_0 = 35\text{GHz}$ , 带宽  $B = 10\text{MHz}$ , 采样频率  $f_s = 2\text{MHz}$ , 目标初始距离  $R_0 = 5\text{km}$ , 初始速度  $v = 3\text{m/s}$ ,  $\text{SNR} = -15\text{dB}$ , 取不同的差拍周期数  $M$  和加速度  $a$  对式(5)表示的多普勒信号估计目标的加速度和速度.

图 2(a)、(b)中, 设加速度  $a = 10\text{m/s}^2$ ,  $M = 256$ ; 图 2(c)、(d)中, 设加速度  $a = 30\text{m/s}^2$ ,  $M = 256$ ; 图 2(e)、(f)中, 设加速度  $a = 30\text{m/s}^2$ ,  $M = 512$ . 其中图 2(a)、(c)、(e)为采用多项相位变换后获得的加速度估计的频谱图, 图 2(b)、(d)、(f)为多项变换前目标多普勒频谱和经加速度补偿后的多普勒频谱图. 从图中可以看出, 对多普勒信号采用多项相位变化得到的加速度和速度估计几乎不受加速度和差拍周期总数的影响, 而未做多项相位变换的目标多普勒频谱却会随加速度或差拍周期总数的增大而频谱展宽, 峰值功率下降, 造成加速度和速度的参数估计性能恶化.

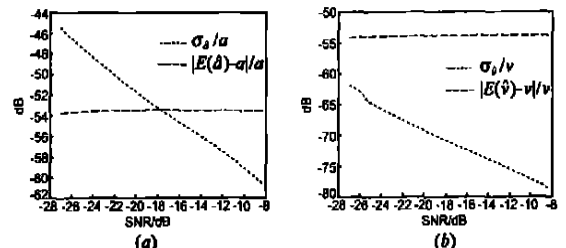


图3 目标速度和加速度值的归一化误差和归一化均方差随差拍信号信噪比变化的曲线

图 3 仿真了当加速度增加时, 对比仿真了多项相位变换前后在目标多普勒频谱中检测点处的信噪比改善随加速度变化. 从图中可以看出, 随着加速度的增加, 信噪比改善因子 (dB) 呈对数增加, 与理论计算吻合较好.

图 4 通过 MonteCarlo 仿真实验仿真了目标在  $v = 3\text{m/s}$ ,  $a = 10\text{m/s}^2$ ,  $M = 256$  情况下, 速度和加速度估计值的归一化误差和归一化均方差随差拍信号信噪比变化的情况. 仿真表明, 当差拍信号的信噪比较大的时候, 速度和加速度估计的归一化均方差和归一化误差非常小, 表明采用多项相位变换方法, 能够对加速运动目标的速度和加速度进行有效估计.

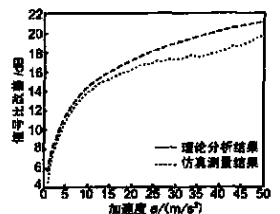


图4 多项相位变换处理后目标多普勒谱峰值信噪比改善曲线(SNR=-15dB)

## 5 结论

本文采用多项相位变换方法解决了由于运动目标加速度存在造成的 LFM CW 雷达加速运动目标多普勒谱畸变的问题, 能对目标加速度进行有效的补偿, 分析了采用多项相位变换方法前后运动目标多普勒频谱峰值信噪比及其改善因子, 并通过 Monte Carlo 仿真实验仿真了速度和加速度估计值的归一化均方差随信噪比变化的情况, 表明多项相位变换方法能够提高目标检测性能、改善速度估计精度; 采用此方法, 可以有效估计目标的加速度, 改善 LFM CW 雷达的性能。

## 附录

### $N_a(m)$ , $V_a(k)$ 统计特性分析

下面分析序列  $N_a(m)$  及其 DFT 后的  $V_a(k)$  的均值, 自相关函数、方差等统计特性。

由于  $N_a(m) = S(m)N^*(m-m_0) + S^*(m-m_0)N(m) + N(m)N^*(m-m_0)$ , 且  $E\{N(m)\} = 0$ ,  $E\{N(m)N^*(m)\} = NR^2D(m-m)$ 。

故  $N_a(m)$  的均值为:

$$E\{N_a(m)\} = E\{S(m)N^*(m-m_0) + S^*(m-m_0)N(m) + N(m)N^*(m-m_0)\} = 0 \quad (\text{a-1})$$

$N_a(m)$  的自相关函数为:

$$E\{N_a(m)N_a^*(m-1)\} = E\{|S(m)|^2\}E\{N^*(m-m_0)N(m-m_0-1)\} + E\{|S^*(m-m_0)|^2\}E\{N(m)N^*(m-1)\} + E\{N(m)N^*(m-1)\}E\{N^*(m-m_0)N(m-m_0-1)\} = (2NR^2A_T^2 + N^2R^4)D(1) \quad (\text{a-2})$$

则从式 (a-1) 可推导出  $V_a(k)$  的均值为:

$$E\{V_a(k)\} = E\left\{\sum_{m=0}^{M-1} N_a(m) e^{-j2Pkm/M}\right\} = \sum_{m=0}^{M-1} E\{N_a(m)\} e^{-j2Pkm/M} = 0 \quad (\text{a-3})$$

从式 (a-2) 可推导出  $V_a(k)$  的自相关函数为:

$$\begin{aligned} & E\{V_a(k)V_a^*(k-1)\} \\ &= E\left\{\sum_{m=0}^{M-1} N_a(m) e^{-j2Pm/M} \sum_{m=0}^{M-1} N_a^*(m) e^{j2P(k-1)m/M}\right\} \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} E\{N_a(m)N_a^*(m)\} e^{-j2Pk(m-m)/M} e^{-j2Plm/M} \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} (2NR^2A_T^2 + N^2R^4) D(m-m) e^{-j2Pk(m-m)/M} e^{-j2Plm/M} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (2NR^2A_T^2 + N^2R^4) \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j2Plm/M} \\ &= (2NR^2A_T^2 + N^2R^4) MD(1) \end{aligned} \quad (\text{a-4})$$

$$\text{故 } E\{|V_a(k)|^2\} = (2NR^2A_T^2 + N^2R^4) M.$$

## 参考文献:

- [1] 杨建宇, 凌太兵, 等. LFM CW 雷达运动目标检测与速度距离去耦合[J]. 电子信息学报, 2004, 26(2): 169-173.
- [2] T J Abatzoglou. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate[J]. IEEE Trans Aerosp Electronic Syst, 1986, AES22(6): 708-715.
- [3] Shimon Peleg, Benjamin Friedlander. The discrete polynomial phase transform[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(8): 1901-1914.
- [4] I Raveh, D Mendlovic. New properties of the radon transform of the cross wigner/ambiguity distribution function[J]. IEEE Trans on signal Processing, 1999, 47(7): 2077-2080.
- [5] A Wojtkiewic, R Rytel, A Andrianik. Optimal detection and estimation in FMCW radar[A]. 14<sup>th</sup> International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications[C]. MIKON: IEEE Press, 2002. 778-781.
- [6] M S Wang, A k Chan, C K Chui. Linear frequency modulated signal detection using radar ambiguity transform[J]. IEEE Trans on signal Processing, 1998, 46(3): 571-586.

## 作者简介:



张容权 男, 1975 年 9 月出生于四川省遂宁市, 1999 年于重庆邮电学院电信工程系获学士学位, 目前在电子科技大学电子工程学院攻读博士学位, 主要从事雷达系统、数字信号处理算法和硬件实现方面的研究工作。E-mail: zhangrq607@sina.com



杨建宇 男, 1963 年 8 月出生于四川省南部县, 1991 年在电子科技大学获得博士学位, 现为电子科技大学电子工程学院教授、博士生导师, 研究领域: LFM CW 雷达理论、关键技术与系统应用, 毫米波雷达成像, 数字信号处理, 信号检测与估计。